

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC MỎ - ĐỊA CHẤT

BÁO CÁO HỌC THUẬT

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

TH.S NGUYỄN THẾ LÂM

Hà Nội , tháng 6/2025

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC MỎ - ĐỊA CHẤT

BÁO CÁO HỌC THUẬT

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

XÁC NHẬN CỦA BỘ MÔN

Hà Nội , tháng 6/2025

LỜI MỞ ĐẦU	1
Phần I. Xác suất có điều kiện	2
1. Xác suất có điều kiện	2
2. Công thức nhân xác suất.	2
KIẾN THỨC CẦN NHỚ ĐỂ GIẢI TOÁN.....	3
PHẦN II. HỆ THỐNG BÀI TẬP.....	4
A. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.	4
B. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.	14
C. BÀI TẬP TỰ LUẬN.....	20
KẾT LUẬN	25
TÀI LIỆU THAM KHẢO	26

LỜI MỞ ĐẦU

Xác suất có điều kiện giúp chúng ta tính xác suất của một sự kiện A khi đã biết rằng một sự kiện B đã xảy ra. Nó cho phép chúng ta hiểu rõ hơn về mối quan hệ giữa các sự kiện phụ thuộc, nơi kết quả của sự kiện này ảnh hưởng đến xác suất của sự kiện khác. Xác suất có điều kiện được sử dụng trong nhiều lĩnh vực như tài chính, y học, ... để đưa ra các dự đoán hoặc quyết định có thông tin hơn. Nó giúp chúng ta đánh giá chính xác hơn rủi ro liên quan đến một sự kiện khi có thêm thông tin và điều kiện ràng buộc.

Ưu điểm của báo cáo là hệ thống bài tập đầy đủ, gồm cả trắc nghiệm và tự luận kèm theo lời giải chi tiết dễ hiểu.

Báo cáo gồm 2 phần:

Phần 1: Trình bày về xác suất có điều kiện .

Phần 2: Là hệ thống bài tập .

Đây là tài liệu bổ ích giúp các em sinh viên và cả các thầy cô hiểu hơn về xác suất có điều kiện, rèn luyện cho các em khả năng giải các bài toán về xác suất có điều kiện.

Mặc dù rất cố gắng nhưng chắc chắn báo cáo sẽ khó tránh khỏi các thiếu sót. Vì vậy rất mong nhận được những ý kiến phản hồi cũng như đóng góp để báo cáo hoàn thiện hơn.

Phần I. Xác suất có điều kiện

1. Xác suất có điều kiện

Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu $P(A|B)$.

Cho hai biến cố A và B bất kì với $P(B) > 0$. Khi đó: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

Chú ý:

- Cách ghi giao hai biến cố A và B là AB hoặc $A \cap B$ hoàn toàn như nhau.
- Cho A và B là hai biến cố với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$. Khi đó, A và B là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi: $P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$ và $P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$
- Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A.B) = P(B).P(A|B)$

2. Công thức nhân xác suất.

Nếu A và B là hai biến cố bất kì thì:

$$P(AB) = P(A).P(A|B)$$

Công thức trên được gọi là **công thức nhân xác suất**.

Nhận xét:

Vì $AB = BA$ với A và B là hai biến cố bất kì, nên: $P(AB) = P(B).P(A|B)$

KIẾN THỨC CẦN NHỚ ĐỂ GIẢI TOÁN

1. Xác suất điều kiện: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

2. Công thức nhân xác suất: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(A|B) = P(B) \cdot P(B|A)$

Chú ý 1: Cho hai biến cố độc lập A và B , với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$.

$$P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$$

$$P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$$

Chú ý 2:

- $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
- $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$
- $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$
- $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$
- Cách ghi $P(A \cap B)$ với $P(AB)$ hoàn toàn như nhau

Chú ý 3:

• Xác suất của một biến cố có thể phụ thuộc vào nhiều yếu tố, điều kiện khác nhau nào đó mà có thể được nói ra hoặc không nói ra (điều kiện hiểu ngầm). Để chỉ ra một cách cụ thể hơn về việc xác suất của một sự kiện A nào đó phụ thuộc vào một điều kiện B nào đó ra sao, ta sử dụng xác suất có điều kiện.

• Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.

PHẦN II. HỆ THỐNG BÀI TẬP

A. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A)=0,2024$, $P(B)=0,2025$.

a) Tính $P(A|B)$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. C. 0,2025. **D.**
0,2024.

b) Tính $P(B|\bar{A})$.

- A. 0,7976. B. 0,7975. **C.** 0,2025. **D.**
0,2024.

Lời giải

a) Tính $P(A|B)$.

Chọn D.

A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(A|B)=P(A)=0,2024$

b) Tính $P(B|\bar{A})$.

\bar{A} và B là hai biến cố độc lập nên: $P(B|\bar{A})=P(B)=0,2025$

Câu 2. Cho hai biến cố A và B , với $P(A)=0,6$, $P(B)=0,7$, $P(A \cap B)=0,3$.

a) Tính $P(A|B)$.

- A.** $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

b) Tính $P(\bar{B}|A)$.

- A. $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{1}{2}$. C. $\frac{6}{7}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

c) Tính $P(\bar{A} \cap B)$.

A. $\frac{4}{7}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

a) Tính $P(A|B)$.

Chọn A.

$$\text{Ta có: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$$

b) Tính $P(\bar{B}|A)$.

Chọn B.

$$\text{Ta có: } P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0,3}{0,6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

c) Tính $P(\bar{A} \cap B)$.

Chọn C.

Cách 1:

$$\text{Ta có: } P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B).P(B).$$

$$\text{Mà } P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,3}{0,7} = \frac{4}{7}$$

$$\text{Do đó } P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B).P(B) = \frac{4}{7}.0,7 = 0,4 = \frac{2}{5}$$

$$\text{Cách 2: } P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,3 = \frac{2}{5}$$

Câu 3. Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,65$, $P(A \cap \bar{B}) = 0,55$.

a) Tính $P(A \cap B)$.

A. 0,25.

B. 0,1.

C. 0,15.

D. 0,35.

b) Tính $P(\bar{A} \cap B)$.

A. 0,25.

B. 0,4.

C. 0,3.

D. 0,35.

Lời giải

a) Tính $P(A \cap B)$.

Chọn A.

Ta

có:

$$P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B) = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) - P(A \cap \bar{B}) = 0,8 - 0,55 = 0,25$$

b) Tính $P(\bar{A} \cap B)$.

Chọn B.

Ta

có:

$$P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,65 - 0,25 = 0,4$$

Câu 4. Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6. Biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm.

A. $\frac{2}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi A là biến cố “con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 4 chấm”

Gọi B là biến cố “ Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con xúc xắc bằng 6”.

Khi con xúc xắc thứ nhất đã xuất hiện mặt 4 chấm thì lần thứ hai xuất hiện 2 chấm

thì tổng hai lần xuất hiện là 6 chấm thì $P(B|A) = \frac{1}{6}$

Câu 5. Trong hộp có 3 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ. Lấy lần lượt mỗi lần một viên theo cách lấy không trả lại.

a) Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đỏ là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{7}$.

b) Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng là:

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải

a) **Chọn A.**

Gọi A là biến cố “viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ”.

Gọi B là biến cố “viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

Ta đi tính $P(B|A)$ với $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Không gian mẫu $n(\Omega) = 10.9$ cách chọn

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi trong 9 viên còn lại có cách 9 chọn, do đó $P(A) = \frac{7.9}{10.9} = \frac{7}{10}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu đỏ trong 6 viên bi còn lại có 6 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{7.6}{10.9} = \frac{7}{15}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ

nhất cũng là màu đỏ là $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{15}}{\frac{7}{10}} = \frac{2}{3}$

Cách 2:

Sau khi biết viên bi lấy lần thứ nhất là màu đỏ. Khi đó trong hộp còn lại 9 viên: gồm 3 viên bi màu trắng và 6 viên bi màu đỏ. Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng màu đỏ là $P(B|A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

b) **Chọn C.**

Gọi C là biến cố “viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng”.

Gọi D là biến cố “viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ”.

Ta đi tính $P(D|C)$ với $P(D|C) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu trắng có 3 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi trong 9 viên còn lại có 9 cách chọn, do đó $P(C) = \frac{3 \cdot 9}{10 \cdot 9} = \frac{3}{10}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu trắng có 3 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{3 \cdot 7}{10 \cdot 9} = \frac{7}{30}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu trắng nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ

nhất cũng là màu đỏ là $P(D|C) = \frac{P(C \cap D)}{P(C)} = \frac{\frac{7}{30}}{\frac{3}{10}} = \frac{7}{9}$

Cách 2:

Giả sử viên bi lấy lần thứ nhất là màu trắng. Khi đó trong hộp còn lại 9 viên, gồm 2 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đỏ.

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất màu trắng là $P(B|A) = \frac{7}{9}$

Câu 6. Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án độc lập. Khả năng thắng thầu của các dự án 1 là 0,6 và dự án 2 là 0,7.

a) Tìm xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án.

- A.** 0,28. **B.** 0,7. **C.** 0,46. **D.** 0,18.

b) Biết công ty thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

- A.** 0,6. **B.** 0,7. **C.** 0,46. **D.** 0,3.

c) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, tìm xác suất công ty thắng thầu dự án 2.

A. 0,4.

B. 0,7.

C. 0,28.

D. 0,6.

Lời giải

a) **Chọn C.**

Gọi A là biến cố "thắng thầu dự án 1"

Gọi B là biến cố "thắng thầu dự án 2"

theo đề bài $P(A) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,4; P(B) = 0,7 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,3$ với 2 biến cố A, B độc lập

Gọi C là biến cố "thắng thầu đúng 1 dự án"

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B} + \bar{A} \cap B) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A).P(\bar{B}) + P(\bar{A}).P(B) \\ &= 0,6.0,3 + 0,4.0,7 = 0,46 \end{aligned}$$

b) **Chọn B.**

Gọi D là biến cố "thắng thầu dự án thứ 2 biết thắng thầu dự án 1"

do A, B là hai biến cố độc lập nên: $P(D) = P(B | A) = P(B) = 0,7$

c) **Chọn B.**

Gọi E là biến cố "thắng thầu dự án 2 biết không thắng thầu dự án 1"

do A, B là hai biến cố độc lập nên: $P(E) = P(B | \bar{A}) = P(B) = 0,7$

Câu 7. Cho một hộp kín có 6 thẻ ATM của BIDV và 4 thẻ ATM của Vietcombank. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ (lấy không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được thẻ ATM của Vietcombank nếu biết lần thứ nhất đã lấy được thẻ ATM của BIDV.

A. $\frac{5}{9}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{7}{9}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi A là biến cố “lần thứ hai lấy được thẻ ATM Vietcombank“, B là biến cố “lần thứ nhất lấy được thẻ ATM của BIDV “. Ta cần tìm $P(A|B)$

Sau khi lấy lần thứ nhất (biến cố B đã xảy ra) trong hộp còn lại 9 thẻ (trong đó 4 thẻ Vietcombank) nên $P(A|B) = \frac{4}{9}$

Câu 8. Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{9}{16}$.

C. $\frac{9}{17}$.

D. $\frac{21}{80}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi A là biến cố “lần thứ nhất lấy được bi màu đỏ”.

Gọi B là biến cố “lần thứ hai lấy được bi màu xanh”.

Ta cần tìm $P(B|A)$

Không gian mẫu $n(\Omega) = 16.15$ cách chọn

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu xanh còn lại có 15 cách chọn, do đó $P(A) = \frac{7.15}{16.15} = \frac{7}{16}$

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi màu xanh có 9 cách chọn, do đó $P(A \cap B) = \frac{7.9}{16.15} = \frac{21}{80}$

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu xanh nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ

nhất là màu đỏ là $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{21}{80}}{\frac{7}{16}} = \frac{3}{5}$

Câu 9. Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi “Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe Camry”. Bạn Minh Hiền được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng là:

A. $\frac{1}{20}$.

B. $\frac{1}{19}$.

C. $\frac{1}{190}$.

D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi A là biến cố “nắp khoen đầu trúng thưởng”

Gọi B là biến cố “nắp khoen thứ hai trúng thưởng”.

Ta đi tính $P(A \cap B)$

Khi bạn rút thăm lần đầu thì trong hộp có 20 nắp trong đó có 2 nắp trúng do đó

$$P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

Khi biến cố A đã xảy ra thì còn lại 19 nắp trong đó có 1 nắp trúng thưởng, do đó:

$$P(B|A) = \frac{1}{19}$$

$$\text{ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = \frac{1}{19} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{190}$$

Câu 10. Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

A. $\frac{95}{98}$.

B. $\frac{931}{1000}$.

C. $\frac{95}{100}$.

D. $\frac{98}{100}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi A là biến cố ” qua được lần kiểm tra đầu tiên” $\Rightarrow P(A) = 0,98$

Gọi B là biến cố “qua được lần kiểm tra thứ 2” $\Rightarrow P(B|A) = 0,95$

chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A \cap B)$

$$\text{ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,95 \cdot 0,98 = \frac{931}{1000}$$

Câu 11. Lớp Toán Sư Phạm có 95 Sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ?

- A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{11}{23}$. **C.** $\frac{12}{23}$. **D.** $\frac{11}{19}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi A là biến cố “gọi được sinh viên nữ”

Gọi B là biến cố “gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê”,

Ta đi tính $P(B|A)$

$$\text{ta có: } n(A) = \frac{55}{95}; \quad n(A \cap B) = \frac{11}{95}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{11}{95} : \frac{55}{95} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$$

Câu 12. Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

- A.** $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1:

Gọi A là biến cố “lấy viên bi thứ nhất là màu xanh”

Gọi B là biến cố “lấy viên bi thứ hai là màu đỏ”,

Ta đi tính $P(B|A)$

$$\text{ta có: } P(A) = \frac{3.4}{5.4} = \frac{3}{5}; P(A \cap B) = \frac{3.2}{5.4} = \frac{3}{10}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}$$

Cách 2:

Gọi C là biến cố: “Lấy được một viên bi đỏ ở lần thứ hai”. Vì một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất nên còn lại trong bình 4 viên bi trong đó số viên bi đỏ là 2 và số viên bi xanh cũng là 2. Do đó, xác suất cần tìm là

$$P(C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Câu 13. Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{9}{16}$.

C. $\frac{9}{17}$.

D. $\frac{21}{80}$.

Lời giải

Chọn D.

Giới tính cả 2 đứa trẻ là ngẫu nhiên và không liên quan đến nhau.

Do gia đình có 2 đứa trẻ nên sẽ có thể xảy ra 4 khả năng:

(trai, trai), (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái).

Gọi A là biến cố “Cả hai đứa trẻ đều là con gái”

Gọi B là biến cố “Có ít nhất một đứa trẻ là con gái”

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{3}{4}$$

Do nếu xảy ra A thì đương nhiên sẽ xảy ra B nên ta có:

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{4}$$

Suy ra, xác suất để cả hai đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất có một đứa trẻ là gái là

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

Câu 14. Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{8}{9}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi A là biến cố lần 1 bốc được bi trắng

Gọi B là biến cố lần 2 bốc được bi đỏ.

Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1 đã bốc được bi trắng là $P(B|A)$

$$\text{ta có: } P(A) = \frac{8.9}{10.9} = \frac{4}{5}; \quad P(A \cap B) = \frac{8.2}{10.9} = \frac{8}{45}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{9}$$

B. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 15. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,7$, $P(\bar{B}) = 0,6$

.

a) $P(A|B) = 0,6$

b) $P(B|\bar{A})=0,4$

c) $P(B|\bar{A})=0,4$

d) $P(\bar{B}|\bar{A})=0,6$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

$$P(A)=0,7 \Rightarrow P(\bar{A})=1-0,7=0,3$$

$$P(\bar{B})=0,6 \Rightarrow P(B)=1-0,6=0,4.$$

Do A và B độc lập nên A và \bar{B} độc lập, B và \bar{A} độc lập, \bar{B} và \bar{A} độc lập.

a) A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(A|B)=P(A)=0,7 \neq 0,6$

b) \bar{A} và B là hai biến cố độc lập nên: $P(B|\bar{A})=P(B)=0,4$

c) \bar{A} và B là hai biến cố độc lập nên: $P(\bar{A}|B)=P(\bar{A})=0,3$

d) \bar{A} và \bar{B} là hai biến cố độc lập nên: $P(\bar{B}|\bar{A})=P(\bar{B})=0,6$

Câu 16. Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A})=0,4$, $P(B)=0,8$, $P(A \cap B)=0,4$.

a) $P(A)=0,6$ và $P(\bar{B})=0,2$.

b) $P(A|B)=\frac{1}{2}$

c) $P(\bar{B}|A)=\frac{2}{3}$

d) $P(\bar{A} \cap B)=\frac{3}{5}$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Ta có:

$$P(\bar{A}) = 0,4 \Rightarrow P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2.$$

$$P(A \cap B) = 0,4$$

b) Ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$

c) Ta có: $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0,4}{0,6} = \frac{1}{3}$

d)

Cách 1:

Ta có: $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B).$

Mà $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$

Do đó $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot 0,8 = \frac{2}{5}$

Cách 2: $P(\bar{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B) \Rightarrow P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,8 - 0,4 = \frac{2}{5}$

Câu 17. Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 0,8.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

Đề bài: $P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5; P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$

$$P(A \cap B) = 0,4$$

a) A, B độc lập $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B)$

mà $0,4 \neq 0,5.0,6$ nên A, B không độc lập

b) Gọi C là biến cố thắng thầu đúng 1 dự án

$$P(C) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2.0,4 = 0,3$$

c) Gọi D là biến cố thắng dự 2 biết thắng dự án 1

$$P(D) = P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8$$

d) Gọi E là biến cố “thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1”

$$P(E) = P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,4}{0,5} = 0,4$$

Câu 18. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền là
Gọi A là biến cố “tên là Hiền”

Gọi B là biến cố “nữ”.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

b) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

Ta có:

$$P(B) = \frac{17}{30}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$$

c) Gọi C là biến cố “nam”.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$

Ta có:

$$P(C) = \frac{13}{30}$$

$$P(A \cap C) = \frac{2}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}$$

Cách 2: Trong 3 bạn Hiền có 1 bạn nữ, do đó xác suất là $\frac{1}{3}$

C. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 19. Một hộp có 3 quả bóng màu xanh, 4 quả bóng màu đỏ; các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau. Lấy bóng ngẫu nhiên hai lần liên tiếp, trong đó mỗi lần lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp, ghi lại màu của quả bóng lấy ra và bỏ lại quả bóng đó vào hộp. Xét các biến cố:

A: “Quả bóng màu xanh được lấy ra ở lần thứ nhất”;

B : “Quả bóng màu đỏ được lấy ra ở lần thứ hai”.

Hỏi hai biến cố A và B có độc lập không? .

Đáp án:

Lời giải

$$A, B \text{ độc lập} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

Đề bài:

$$P(A) = \frac{3}{7}$$

$$P(B) = \frac{4}{7}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3.4}{7.7} = \frac{12}{49}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B) \quad A, B \text{ độc lập}$$

Câu 20. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai.

Đáp án:

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”,

Gọi B là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A).P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49}$

Câu 21. Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó.

Đáp án:

Lời giải

Gọi A là biến cố: “rút ra được câu hỏi lý thuyết”

Gọi B là biến cố: “rút ra được câu khó”

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một câu trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A|B)$

Ta có:

$$P(A) = \frac{13}{40}$$

$$P(B) = \frac{17}{40}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{40}$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}} = \frac{5}{17}$$

Câu 22. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng có ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm.

Đáp án:

Lời giải

Gọi A là biến cố: “ít nhất một con đã ra mặt 5 chấm”

Gọi B là biến cố: “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10”

Ta có:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$$

Biến cố B có các trường hợp $\{(4;6), (6;4), (5;5), (5;6), (6;5), (6;6)\}$

Biến cố $A \cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $\{(5;5), (5;6), (6;5)\}$ có xác suất là:

$$P(A \cap B) = \frac{3}{36}$$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11}$$

Câu 23. Một lô sản phẩm có 20 sản phẩm, trong đó có 5 sản phẩm chất lượng thấp. Lấy liên tiếp 2 sản phẩm trong lô sản phẩm trên, trong đó sản phẩm lấy ra ở lần thứ

nhất không được bỏ lại vào lô sản phẩm. Tính xác suất để cả hai sản phẩm được lấy ra đều có chất lượng thấp.

Câu 24. Một thư viện có 35% tổng số sách là sách khoa học, 14% tổng số sách là sách khoa học tự nhiên. Chọn ngẫu nhiên một quyển sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách khoa học tự nhiên, biết rằng đó là quyển sách về khoa học.

Câu 25. Máy tính và thiết bị lưu điện (UPS) được kết nối như hình vẽ. Khi xảy ra sự cố điện, UPS bị hỏng với xác suất 0,02 . Nếu UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện, máy tính sẽ bị hỏng với xác suất 0,1 ; ngược lại, nếu UPS không bị hỏng, máy tính sẽ không bị hỏng.



- a) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều không bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.
- b) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.

Câu 26. Một hộp kín đựng 20 tấm thẻ giống hệt nhau đánh số từ 1 đến 20 . Một người rút ngẫu nhiên ra một tấm thẻ từ trong hộp. Người đó được thông báo rằng thẻ rút ra mang số chẵn. Tính xác suất để người đó rút được thẻ số 10.

Câu 27. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để:

- a) Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7 nếu biết rằng ít nhất có một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm;
- b) Có ít nhất có một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm nếu biết rằng tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7 .

Câu 28. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đó không nhỏ hơn 10 nếu biết rằng có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm.

Câu 29. Trong một túi có một số chiếc kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là $\frac{1}{13}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?

Câu 30. Bạn An phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là $0,7$. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là $0,9$. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là $0,4$. Tính xác suất để:

- a) Cả hai thí nghiệm đều thành công;
- b) Cả hai thí nghiệm đều không thành công;
- c) Thí nghiệm thứ nhất thành công và thí nghiệm thứ hai không thành công.

KẾT LUẬN

Nội dung được trình bày trong báo cáo là những kiến thức bổ ích giúp người đọc hiểu được vai trò quan trọng của xác suất có điều kiện, rèn cho người đọc kỹ năng giải toán về xác suất có điều kiện. Báo cáo là tài liệu tham khảo tốt cho các em sinh viên năm thứ nhất các trường Đại học. Do thời gian có hạn nên những nội dung được trình bày trong báo cáo vẫn còn hạn chế. Vì vậy nếu bạn đọc muốn tìm hiểu sâu hơn về báo cáo có thể tham khảo thêm các tài liệu được trích ở cuối báo cáo này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đào Hữu Hồ, Xác suất thống kê, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội, xuất bản lần thứ 6, 2001.
2. Đặng Hùng Thắng, Mở đầu về lý thuyết xác suất và các ứng dụng, NXB Giáo Dục, 2005.
3. Bộ môn toán, trường Đại học Thủy Lợi, xác suất và thống kê, NXB Khoa Học Tự Nhiên Và Công Nghệ Hà nội, 2010.
4. Walpole- Raymond. H. Myers and Sharon L. Myers, Probability and statistics for Engineers and scientists (xuất bản lần thứ 6 tại Hoa Kỳ).
5. Trường Đại Học Mở Địa Chất, TS. Nguyễn Thị Hằng, TS. Lê Bích Phượng (Đồng chủ biên) ThS. Phạm Ngọc Anh, ThS Nguyễn Thu Hằng, ThS Nguyễn Thế Lâm, Giáo trình lý thuyết xác suất và thống kê toán học, NXB Giao Thông Vận Tải, 2024.